

Asymptote oblique.

Exercice N° 1.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$. (C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etudiez la limite de f en $-\infty$. Interprétez graphiquement ce résultat.

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
$x + \sqrt{x^2+1} \triangleright - \infty \Delta \Delta$ ENTER	0

Donc la limite de $f(x)$ en $-\infty$ est égale à 0 ce qui graphiquement correspond au fait que l'axe des abscisses est asymptote horizontale à la courbe.

2. Prouvez que la droite d'équation $y = 2x$ est asymptote oblique à (C) en $+\infty$.

Pour cela on doit montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = 0$.

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
$x + \sqrt{x^2+1} - 2x \triangleright + \infty \Delta \Delta$ ENTER	0

Exercice N° 2.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x + \sqrt{|4x^2-1|}$. (C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Précisez les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
$x + \sqrt{ 4x^2-1 } \triangleright - \infty \Delta \Delta$ ENTER	$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty.$$

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
$x + \sqrt{4x^2 - 1} \triangleright + \infty \Delta \Delta \text{ENTER}$	$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

2. Démontrer que D d'équation $y = 3x$ est asymptote oblique à (C) en $+\infty$ et que D' d'équation $y = -x$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$.

Pour démontrer que D est asymptote oblique à (C) en $+\infty$ il suffit de montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 3x) = 0$.

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
$x + \sqrt{4x^2 - 1} - 3x \triangleright + \infty \Delta \Delta \text{ENTER}$	0

D est donc bien asymptote oblique à (C) en $+\infty$.

Pour démontrer que D' est asymptote oblique à (C) en $-\infty$ il suffit de montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 3x) = 0$.

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
$x + \sqrt{4x^2 - 1} + x \triangleright - \infty \Delta \Delta \text{ENTER}$	0

D' est donc bien asymptote oblique à (C) en $-\infty$

Au cours de ces deux exercices les formes indéterminées sont levées en utilisant une expression ou quantité conjuguée. Pour des raisons de clarté d'exposition vous trouverez le détail de ces opérations dans la fiche

Expression conjuguée.