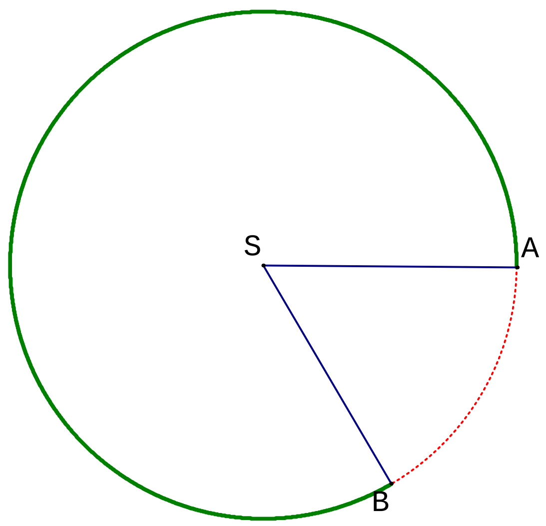
Déterminer la hauteur h d'un cône glacé en fonction du rayon r du disque de base de telle sorte que l'aire latérale du cône soit minimale pour un volume V donné.

$V = \pi \times r \times r \times h / 3 = \pi r^2 h/3$.
Je désigne par L l'aire latérale du cône et par g la génératrice. L vérifie le tableau de proportionnalité suivant :

	Disque du patron de rayon g	Secteur angulaire délimité par l'angle rentrant ASB
Périmètre	$2\pi g$	$2\pi r$
Aire	πg^2	L

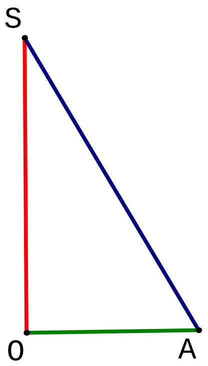
d'où $L = 2\pi r \times \pi g^2 / 2\pi g = rg\pi$.
Patron de la surface latérale du cône avec la génératrice SA :



Vérification avec la HP 49G+

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
$(2\pi r \times \pi g^2)/(2\pi g)$ ENTER. Le g minuscule est obtenu en appuyant successivement sur les touches ↰ ALPHA et G. De même le r minuscule est obtenu en appuyant successivement sur les touches ↰ ALPHA et R	

D'autre part, SA = g, génératrice du cône ; SO = h = hauteur du cône et OA = r = rayon du disque de base.



donc $g^2 = h^2 + r^2$.

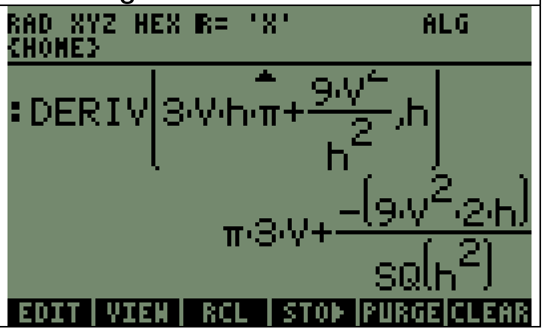
$V = \pi \times r \times r \times h / 3 = \pi r^2 h/3$ d'où $r = \sqrt{\frac{3V}{ph}}$.

et $L = rg\pi = \pi\sqrt{\frac{3V}{ph}}\sqrt{h^2+\frac{3V}{ph}} = \pi\sqrt{\frac{3Vh}{p}+\frac{9V^2}{p^2h^2}} = \sqrt{3Vhp+\frac{9V^2}{h^2}}$

Puisque $(\sqrt{f(x)})' = f'(x)/(2\sqrt{f(x)})$, les variations de L sont les mêmes que celles de $P(h) = 3Vh\pi + 9V^2/h^2$.

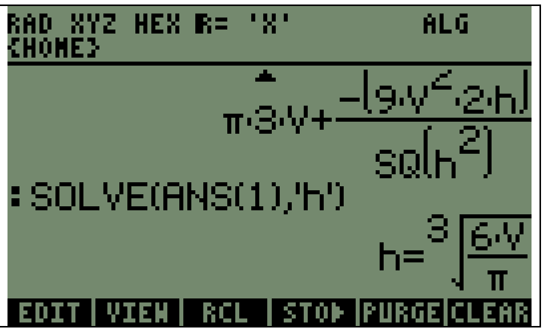
$P'(h) = 3V\pi - 18.V^2/h^3 = (3V\pi.h^3 - 18V^2)/h^3$.

Vérification avec la HP 49G+

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
DERIV(3Vhπ + 9V²/h²,h) ENTER	

P, donc L admet un minimum pour h = $\sqrt[3]{\frac{6V}{p}}$.

Vérification avec la HP 49G+

SOLVE(ANS,h) ENTER	

Or r = $\sqrt{\frac{3V}{ph}}$, d'où $r^6 = 27.V^3/(\pi^3.h^3) = 27\pi.V^3/(\pi^3.6V) = 9V^2/(2\pi^2)$.
$h^6 = 36V^2/\pi^2$, $h^6/r^6 = 8$ et $h = r\sqrt{2}$.

La hauteur h d'un cône glacé doit être égal à $r\sqrt{2}$ pour que l'aire latérale du cône soit minimale pour un volume V donné.