

Expression conjuguée.

Exercice N° 1.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$. (C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Etudiez la limite de f en $-\infty$.

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
$\sqrt{x^2+1} \triangleright - \infty \Delta \Delta$ ENTER	$+\infty$

Nous sommes donc confrontés à une forme indéterminée $\infty - \infty$. Pour lever cette indétermination nous allons utiliser l'expression conjuguée de $x + \sqrt{x^2+1}$ qui n'est autre que $x - \sqrt{x^2+1}$.

$$f(x) = \frac{(x+\sqrt{x^2+1})(x-\sqrt{x^2+1})}{x-\sqrt{x^2+1}} = \frac{-1}{x-\sqrt{x^2+1}} ;$$

Utilisation de la HP 40G pour vérifier le développement

$$(x+\sqrt{x^2+1})(x-\sqrt{x^2+1}) .$$

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS ALGB ▽ ▽ OK	EXPAND()
$(x+\sqrt{x^2+1})(x-\sqrt{x^2+1}) \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta$ ENTER	-1

d'où la limite de $f(x)$:

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
$\frac{-1}{x-\sqrt{x^2+1}} \triangleright - \infty \Delta \Delta$ ENTER	0

Exercice N° 2.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x + \sqrt{|4x^2-1|}$.

Précisez la limite de f en $-\infty$.

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
$\sqrt{ 4x^2-1 } \triangleright - \infty \Delta \Delta$ ENTER	$+\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{|4x^2-1|} = +\infty$. Nous sommes donc confrontés à une forme indéterminée du type $\infty - \infty$.

Pour lever cette indétermination nous allons utiliser l'expression

conjuguée de $x + \sqrt{|4x^2-1|}$ qui n'est autre que $x - \sqrt{|4x^2-1|}$.

$$f(x) = \frac{(x + \sqrt{|4x^2-1|})(x - \sqrt{|4x^2-1|})}{x - \sqrt{|4x^2-1|}} = \frac{x^2 - 4x^2 + 1}{x - \sqrt{|4x^2-1|}} = \frac{-3x^2 + 1}{x - \sqrt{|4x^2-1|}} :$$

Utilisation de la HP 40G pour vérifier le développement

$$(x + \sqrt{|4x^2-1|})(x - \sqrt{|4x^2-1|}) .$$

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS ALGB ▽ ▽ OK	EXPAND()
$(x + \sqrt{ 4x^2-1 })(x - \sqrt{ 4x^2-1 }) \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta \Delta$ ENTER	$-(3x^2 - 1)$

Utilisation de la HP 40G pour la recherche de limite.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
CAS DIFF ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ ▽ OK	LIMIT(,)
Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
$\frac{-3x^2+1}{x-\sqrt{ 4x^2-1 }} \triangleright -\infty \Delta \Delta$ ENTER	$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty .$$