

PGCD et PPCM.

Exercice N° 1.

Déterminer le pgcd (plus grand commun diviseur) de 10025 et 540

Solution N° 1.

Pour déterminer le pgcd de ces deux nombres il suffit de rendre irréductible la fraction $\frac{540}{10025}$ ayant pour numérateur le plus petit des deux nombres et pour dénominateur le plus grand des deux.

Si la fraction obtenue est la même alors $\text{pgcd}(540 ; 10025) = 1$,

si la fraction obtenue est $\frac{N}{D}$ distincte de $\frac{540}{10025}$,

$\text{pgcd}(540 ; 10025) = 540 : N = 10025 : D$.

Procédure calculatrice	Affichage à l'écran
540 [a ^b /c] 10025 [ENTER]	540 ÷ 10025 108 / 2005

Par suite, puisque $\frac{N}{D} = \frac{108}{2005}$, $\text{pgcd}(540 ; 10025) = 540 : 108 = 5$.

Remarque.

Si on divise le plus grand des deux nombres par le plus petit on arrivera à la fraction irréductible mais cela sera plus long (en fait 3 actions supplémentaires) puisqu'on tombera sur la partie entière de la fraction suivie de sa partie décimale.

Exercice N° 2.

Déterminer le ppcm (plus petit commun multiple) de 10025 et 540.

Solution N° 2.

Etant donnés deux nombres entiers naturels a et b, d leur pgcd et m leur ppcm, alors $a \times b = d \times m$.

Par conséquent puisque d'après l'exercice N° 1, $\text{pgcd}(540 ; 10025) = 5$,

$\text{ppcm}(540 ; 10025) = (540 \times 10025) : 5 = 1\ 082\ 700$.

Exercice N° 3.

Exemple d'utilisation du ppcm :

Calculer, en détaillant les étapes successives, l'expression suivante :

$$A = \frac{456}{10025} - \frac{1}{540}$$

Solution N° 3.

Pour ajouter les deux fractions n'ayant pas le même dénominateur nous devons rechercher le dénominateur commun à 10025 et 540.

Il s'agit de leur ppcm = 1 082 700 d'après l'exercice N° 2.

Pour savoir par quel nombre doit on multiplier 10025 pour obtenir le ppcm on divise 1 082 700 par 10025 et on obtient 108.

De même pour savoir par quel nombre doit on multiplier 540 pour obtenir le ppcm on divise 1 082 700 par 540 et on obtient 2005

$$\text{Par suite, } A = \frac{456 \times 108}{10025 \times 108} - \frac{1 \times 2005}{540 \times 2005} = \frac{49248}{1082700} - \frac{2005}{1082700} = \frac{47243}{1082700}$$

Exercice N° 4.

Calculer, en détaillant les étapes successives, les expressions suivantes :

$$B = \frac{56}{1002} - \frac{1}{54}$$

$$C = \frac{5}{10032} + \frac{123}{162}$$